



به نام خدا

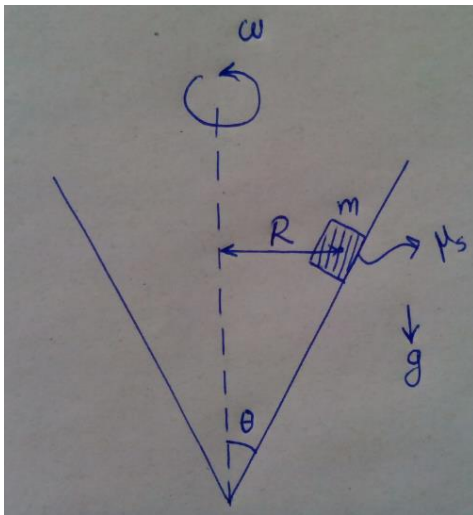
تکلیف سری چهارم مکانیک تحلیلی 1

1. مطابق شکل مکعبی به جرم  $m$  در درون مخروطی با زاویه راس  $\theta$  قرار دارد. مکعب در فاصله  $R$  از محور مخروط همراه با آن با سرعت زاویه ای  $\omega$  در گردش است. ضریب اصطکاک دیواره های مخروط با مکعب را برابر  $\mu_s$  در نظر بگیرید.

الف) امتداد (نه جهت) نیروی  $f_s$  را با استدلال کافی تعیین کنید.

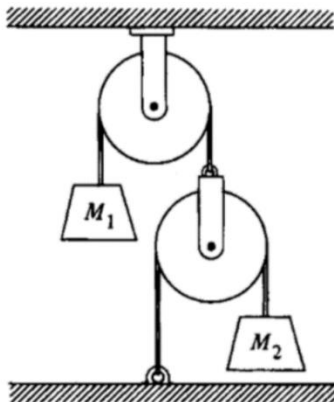
ب) حداقل مقدار  $\mu_s$  را به گونه ای به دست آورید که مکعب همراه با مخروط گردش کرده و روی آن نلغزد.

ج) شرط آن که نیروی اصطکاک صفر شود را به دست آورید.



2. دو ذره به جرم های  $M, m$  که در فاصله  $R$  از یکدیگر قرار دارند تحت اثر نیروی جاذبه  $F$ ، با حرکت دایره ای یکنواخت به دور یکدیگر در گردش اند. سرعت زاویه ای،  $\omega$  رادیان بر ثانیه است. نشان دهید که  $R = (F/\omega^2)(1/m + 1/M)$

3. جرم های  $M_1, M_2$  مطابق شکل به مجموعه ای از نخها و قرقره ها متصل شده اند. نخ ها بدون جرم و غیر قابل انبساط و قرقره ها بی جرم و بدون اصطکاک هستند. شتاب  $M_1$  را پیدا کنید.





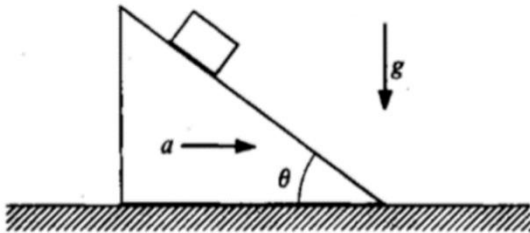
4. مکعبی به جرم  $m$  روی گوه ای با زاویه شیب  $\theta$  قرار دارد (مطابق شکل). ضریب اصطکاک بین مکعب و سطح  $\mu$  است.

الف) پیدا کنید بیشینه ی مقدار  $\theta$  را برای آنکه مکعب بدون حرکت روی گوه باقی بماند در صورتی که گوه در جای معینی ثابت

است. (جواب:  $\tan\theta = \mu$ )

ب) مطابق شکل به گوه شتاب افقی  $a$  داده می شود. با فرض اینکه  $\tan\theta > \mu$  باشد، پیدا کنید کمینه شتاب را برای آنکه مکعب

روی گوه بتواند بدون لغزش باقی بماند

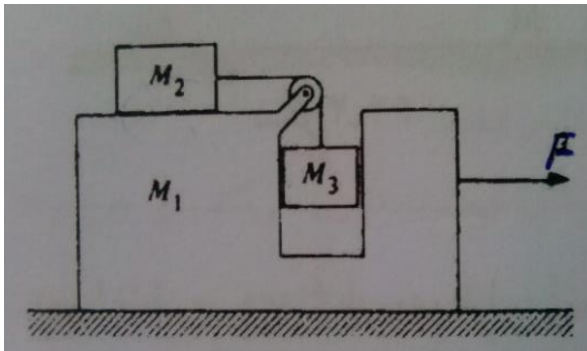


ج) حالت ب را تکرار کنید ولی این بار بیشینه مقدار شتاب را پیدا کنید.

5. در دستگاه مکانیکی زیر، همه ی سطوح بدون اصطکاک اند. نیروی  $F$  وارد بر  $M_1$  چقدر باشد تا مانع سقوط یا صعود  $M_3$  شود؟

(جواب حالت خاص: برای جرم های مساوی داریم  $F = 3Mg$ )

ب) در دستگاه بالا اگر  $F = 0$  باشد، شتاب  $M_1$  چقدر خواهد بود؟

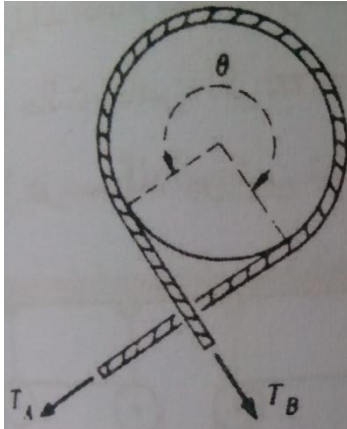


6. کوتاه ترین زمان تناوب ممکن برای برای دوران دو کره ی توپر همسان را که تحت جاذبه ی گرانشی در فضای تهی در مدار دایره ای حول نقطه

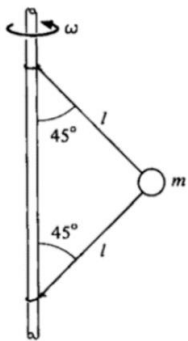
ای در وسط خط واصل مراکز خود دوران می کنند، پیدا کنید. (کره ها را از هر جنسی که قابل دسترسی باشد می توانید در نظر بگیرید.)



7. وسیله ای به نام چرخ تسمه در روی کشتی برای کنترل طناب تحت کشش زیاد به کار می رود. این طناب (معمولا با چندین دور) حول استوانه ی ثابتی پیچیده می شود (شکل زیر فقط سه چهارم دور را نشان می دهد). بار روی طناب، آن را با نیروی  $T_A$  می کشد، ملوان آن را با نیروی کمتری مانند  $T_B$  نگه می دارد. آیا می توانید نشان دهید  $T_B = T_A e^{-\mu\theta}$ ، که در آن  $\mu$  ضریب اصطکاک و  $\theta$  زاویه ی کل تماس طناب و استوانه است.



8. مطابق شکل، جرم  $m$  به وسیله ی دو نیم سیم به طول  $l$ ، به یک محور دوران کننده و قائم متصل اند و با محور زاویه ی  $45^\circ$  درجه می سازند. محور و جرم  $m$  هر دور با سرعت زاویه ای  $\omega$  در حال دوران اند. جهت نیروی گرانش رو به پایین است.



الف) یک نمودار نیرو برای جرم  $m$  بکشید.

ب) کشش سیم های بالایی  $T_{up}$  و پایینی  $T_{down}$  را پیدا کنید.