



به نام خدا

## تکلیف سری پنجم مکانیک تحلیلی 1

1) ذره ای در میدان گرانشی ثابت با سرعت اولیه  $v_0$  به طور قائم به بالاسو پرتاب می شود. نشان دهید که، اگر نیروی ترمزی متناسب با مجذور سرعت لحظه ای وجود داشته باشد، در این صورت سرعت ذره در هنگام با زگشت به مکان اولیه عبارتست از:

$$\frac{v_0 v_t}{\sqrt{v_0^2 + v_t^2}}$$

که  $v_t$  سرعت حدی است.

2) ذره ای تحت تاثیر نیروی ترمزی مساوی با  $mk(v^3 + a^2v)$  در داخل یک محیط حرکت می کند، که در آن محیط  $k$  و  $a$  ثابت اند. نشان دهید که به ازای هر مقدار سرعت اولیه ذره هرگز مسافتی بیشتر از  $\pi/2ka$  را طی نمی کند و ذره به فقط به ازای  $t \rightarrow \infty$  به سکون می رسد.

3) ذره ای به جرم  $m$  را در نظر بگیرید که حرکتش در میدان گرانشی ثابت از حالت سکون شروع می شود. اگر با یک نیروی مقاوم متناسب با مجذور سرعت (یعنی،  $kmv^2$ ) مواجه شود، نشان دهید مسافتی را که ذره با شتاب سقوط می کند،  $S$ ، تا سرعتش از  $v_0$  به  $v_1$  برسد، از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$s(v_0 \rightarrow v_1) = \frac{1}{2k} \ln \left( \frac{g - kv_0^2}{g - kv_1^2} \right)$$

4) یک مکعب فلزی به جرم  $m$  روی یک سطح افقی روغن کاری شده می لغزد به طوری که بر مکعب یک مقاومت چسبندگی وارد می شود که با توان  $1/2$  تندی (سرعت) تغییر می کند:

$$F(v) = -cv^2$$

اگر تندی اولیه ی مکعب در  $x = 0$ ،  $v_0$  باشد نشان دهید که مکعب نمی تواند مسافتی بیشتر از  $2mv_0^2/c$  را طی کند.

5) نیروی وارد بر ذره ای به جرم  $m$  با رابطه ی زیر مشخص می شود:

$$F = kvx$$

که در آن  $k$  ثابتی مثبت است. ذره در لحظه ی  $t = 0$  با تندی  $v_0$  از مبدا می گذرد.  $x$  را به صورت تابعی از  $t$  بیابید.

6) نیروی وابسته به زمان  $F(v, t) = -ke^{-at}v$  را در نظر بگیرید. این نیرو به جرم  $m$  در راستای محور  $x$  وارد می شود. سرعت جرم  $m$  و مکان آن را بر حسب زمان  $t$  به دست آورید.