

تمرین های سری سوم

1- با استفاده از تغییر متغیر

$$\rho = \sqrt{\frac{8\mu|E|}{\hbar^2}} r$$

و تعریف

$$\lambda = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} \sqrt{\frac{\mu}{2|E|}}$$

در معادله شعاعی اتم هیدروژن معادله

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \right) \right] R(r) = 0$$

را به شکل

$$\frac{d^2 R(\rho)}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{dR(\rho)}{d\rho} + \left[-\frac{l(l+1)}{\rho^2} R(\rho) + \left(\frac{\lambda}{\rho} - \frac{1}{4} \right) R(\rho) \right] = 0$$

در آورید.

2- با استفاده از تغییر تابع

$$R(\rho) = e^{-\frac{\rho^2}{2}} G(\rho)$$

از معادله شعاعی

$$\frac{d^2 R(\rho)}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{dR(\rho)}{d\rho} + \left[-\frac{l(l+1)}{\rho^2} R(\rho) + \left(\frac{\lambda}{\rho} - \frac{1}{4} \right) R(\rho) \right] = 0$$

به معادله دیفرانسیل

$$\frac{d^2 G}{d\rho^2} + \left(1 - \frac{2}{\rho} \right) \frac{dG}{d\rho} + \left[\frac{\lambda - 1}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] G = 0$$

برای $G(\rho)$ برسید.

3- با استفاده از تغییر تابع $G(\rho) = \rho^l H(\rho)$ از معادله

تمرین های سری سوم

$$\frac{d^2 G}{d\rho^2} + \left(1 - \frac{2}{\rho}\right) \frac{dG}{d\rho} + \left[\frac{\lambda-1}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2}\right] G = 0$$

برای $G(\rho)$ به معادله

$$\frac{d^2 H}{d\rho^2} + \left(\frac{2l+2}{\rho} - 1\right) \frac{dH}{d\rho} + \frac{\lambda-l-1}{\rho} H(\rho) = 0$$

برای $H(\rho)$ برسید.

4- با استفاده از رابطه بازگشتی

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{k - n_r}{(k+1)(k+2l+2)} = -\frac{1}{2}$$

توابع $H(\rho)$ را برای $n=3$ از مقادیر مختلف n_r, l به دست آورید.

5- با استفاده از تابع موج شعاعی $R(\rho)$ برای $n=1,2,3$ مقادیر بیشینه توزیع احتمال شعاعی، یعنی $P(r) = r^2 |R_{n,l}(r)|^2$ را به دست آورید. نتیجه را با شکل 3-8 کتاب مقایسه کنید.

6- با استفاده از مقدار $\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle_{n,j}$ ، مقدار متوسط

$$\langle T \rangle_{n,j} = \left\langle \frac{P^2}{2m} \right\rangle_{n,j}$$

را برای یک ویژه حالت دلخواه اتم هیدروژن حساب کنید. نشان دهید برای پتانسیل اتم هیدروژن

$$\langle T \rangle = -\frac{1}{2} \langle V \rangle$$

7- الکترونی در پتانسیل کولنی یک پروتون با تابع موج زیر توصیف می شود .

$$\frac{1}{6} [4\psi(r)_{1,0,0} + 3\psi(r)_{2,1,1} - \psi(r)_{2,1,0} + \sqrt{10}\psi(r)_{2,1,-1}]$$

الف: مقدار انتظاری انرژی چقدر است؟

ب: مقدار انتظاری L^2 چقدر است؟

ج: مقدار انتظاری L_z چقدر است؟