



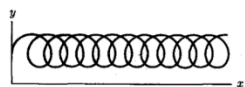
## به نام خالق بی همنا

### تمرین سری ششم مکانیک تملیلی ۱

۱. جسمی به جرم  $m$  در میدان گرانشی، از حالت سکون و از سطح زمین به بالا پرتاب می شود و در معرض نیروی مقاومت هوا قرار می گیرد. نیروی مقاومت هوا را به صورت  $-b\vec{v}$  در نظر بگیرید و حل کامل معادلات حرکت نیوتون را بدست آورید. با فرض کوچک بودن ثابت  $b$ ، تقریب مرتبه اول در تصحیح زمان حرکت و ارتفاع اوج را بدست آورید.

۲. الکترونی با بار  $-e$  تحت تاثیر میدان الکتریکی  $\vec{E} = (E_0 \sin \omega t)\hat{e}_x + (E_0 \cos \omega t)\hat{e}_y$  قرار می گیرد. شرایط اولیه مسئله را طوری تعیین کنید که این الکترون روی یک دایره حول مبدأ مختصات بچرخد. جهت چرخش چیست؟

۳. ذره ای به جرم  $m$  و بار  $q$  را در نظر بگیرید که تحت تاثیر میدان الکتریکی ثابت و یکنواخت  $\vec{E} = E_y \hat{e}_y$  و میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت  $\vec{B} = B \hat{e}_z$  قرار می گیرد. معادلات حرکت را برای این ذره نوشته و حل کنید.



سرعت حرکت انتقالی در جهت  $x$  را بدست آورید. همانطور که در شکل نشان داده شده است مسیر



حرکت ذره مدارهایی است که در صفحه  $xy$  قرار گرفته اند و بسته به شرایط اولیه و مقدار  $E_y$



دارای حلقه های نوک تیز یا چین خواهند بود. این حالات را بررسی کنید.

۴. جسمی به جرم  $m$  از ارتفاع  $h$  از سطح زمین در میدان گرانشی سقوط میکند و در معرض نیروی مقاوم متناسب با مجذور سرعت است. معادله حرکت را کامل حل کنید و زمان رسیدن به زمین و سرعت ذره هنگام رسیدن به زمین را حساب کنید.

۵. جسمی به جرم  $m$  به فنی با ضریب  $k$  متصل است. سطح دارای اصطکاک با ضریب  $\mu$  است. جسم را به اندازه  $A$  نسبت به حالت سکون کشیده و رها می کنیم. طی یک رفت و برگشت حساب کنید که جسم تا کجا بر میگردد و در چه مدت زمانی این حرکت انجام می شود.

۶. در این مسئله می خواهیم چگونگی اجتناب از شکستگی میج پا را بررسی کنیم. فرض کنید شخصی به جرم  $M$  از ارتفاع  $h$  به زمین می پرد و مرکز جرم شخص در طول زمان برخورد با سطح زمین، مسافت  $S$  را به طرف پایین طی می کند. به عنوان یک تقریب معقول می توانیم شتاب حاصل از نیروی برخورد را ثابت در نظر بگیریم، به طوری که شخص به طور یکنواخت به حالت سکون می رسد. مطلوبست:

الف) با استفاده از مفهوم ضربه، نیروی متوسط در طول برخورد را بدست آورید.  
ب) نیروی وارد بر شخصی به وزن  $90$  کیلوگرم که از ارتفاع  $2$  متری زمین می پرد را در نظر بگیرید. اگر او در وضعیت قائم با زمین برخورد کند و خود را محکم نگه دارد به طوری که قدش به طور آبی به اندازه  $5$  سانتی متر کاهش یابد (یعنی مرکز جرم آن به اندازه  $1$  سانتی متر کاهش یابد) و نیز سطح تماس استخوان در میج هر یک از پاها  $5$  سانتی متر مربع باشد، نیرو بر واحد سطح وارد بر پاهای شخص را حساب کنید.

ج) مقاومت تراکمی استخوان انسان تقریباً  $1.5 \times 10^4$  نیوتن بر سانتی متر مربع است، برای آنکه هیچ خطر شکستگی وجود نداشته باشد لازم است تا نیرو بر واحد سطح محاسبه شده در قسمت ب، کمتر از یک پنجم مقدار عددی بالا باشد. مسافت  $S$  به جای  $1$  سانتی متر چقدر باید باشد برای آنکه میج پای شخص نشکند؟ انسان به طور غریزی با پریدن انعطاف پذیر خود در موقع برخورد با زمین، در سطح تماس حالت فنی پیدا می کند!



۷. سرعت ذره ای به جرم  $m$  عبارت است از  $v = \alpha/x$  که  $x$  تغییر مکان ذره است. نیروی عامل این حرکت،  $F(x)$ ، را بیابید.

۸. قایقی با سرعت اولیه  $v_0$  در خلاف جهت جریان رودخانه به آب انداخته می شود. جریان مخالف رودخانه با وارد کردن نیروی  $F = -\alpha e^{\beta v}$  از سرعت آن می کاهد. الف) عبارتی برای سرعت  $v(t)$  بیابید. ب) زمان و ج) مسافتی را بیابید که قایق تا هنگام توقف می پیماید.

۹. نیروی وارد بر ذره ای به جرم  $m$  عبارت است از  $F = kvx$  که  $k$  مقداری ثابت و مثبت است. ذره در زمان  $t = 0$  با سرعت  $v_0$  از مبدا می گذرد. مطلوبست حل معادله ی حرکت.

۱۰. به ذره ای به جرم  $m$  نیروی  $F(x) = -kx + kx^3/A^2$  وارد می شود که  $k$  و  $A$  مقادیر ثابت و مثبت هستند. این ذره در  $x = 0$  در جهت مثبت محور  $x$  به سمت راست با انرژی جنبشی اولیه  $T_0$  پرتاب میشود. مطلوبست:  
الف) تابع انرژی پتانسیل  $V(x)$  برای این نیرو، ب) انرژی جنبشی و انرژی کل ذره به صورت تابعی از موقعیت، ت) نقاط تغییر مسیر حرکت و شرطی که تابع انرژی کل ذره باید ارضاء کند اگر حرکت آن در نقاط تغییر مسیر باشد.  
ت) (اختیاری) توابع انرژی پتانسیل و جنبشی و انرژی کل ذره را رسم کنید (میتوانید از نرم افزار Maple یا Mathematica استفاده کنید. در اینجا  $k$  و  $A$  را معادل یک فرض کنید).

"حرکت کشتی نجات آدمیان احتیاجی به اقیانوس ندارد،

این کشتی از قطره اشک مقدسی می گذرد که برای حسین علیه السلام ریخته شود" علامه محمدتقی جعفری