



به نام خالق بی همتا

تمرین سری هفتم مکانیک تملیلی ۱

۱. ثابت کنید هر نیروی مرکزی $F(r)$ ، پایستار است.

۲. نیروی وارده بر یک ذره برابر حاصل ضرب تابعی از فاصله و تابعی از تندی است. $F(x, v) = f(x)g(v)$. نشان دهید که معادله دیفرانسیل حرکت را می توان با انتگرال گیری حل کرد؟ آیا اگر نیرو برابر با حاصلضرب تابعی از فاصله و تابعی از زمان باشد، میتوان معادله ی حرکت را با انتگرال گیری ساده حل کرد؟ آیا اگر نیرو برابر با حاصلضرب تابعی از زمان و تابعی از تندی باشد، میتوان معادله ی حرکت را حل کرد؟

۳. انرژی پتانسیل برای نیروی بین دو اتم در یک مولکول دو اتمی، تقریباً به صورت زیر است:

$$V(x) = -\frac{a}{x^6} + \frac{b}{x^{12}}$$

که در آن x فاصله ی بین دو اتم و a, b ثابت هایی مثبت هستند. این پتانسیل یک مدل ساده ی ریاضی است برای برهمکنش مولکول های دو اتمی که توسط لئارد-جونز در ۱۹۲۴م ارائه شد. مطلوبست:

الف) تابع نیرو را پیدا کنید.

ب) با این فرض که یکی از اتمها سنگین است و در ساکن باقی بماند و اتم دیگر سبک باشد و در امتداد خطی مستقیم حرکت کند، حرکات ممکن را توصیف کنید.

ج) اگر جرم اتم سبکتر m باشد، فاصله ی تعادل و زمان تناوب نوسان های کوچک حول نقطه ی تعادل را بدست آورید.

۴. پتانسیل یک بعدی زیر را در نظر بگیرید:

$$V(x) = \frac{-Wd^2(x^2 + d^2)}{x^4 + 8d^4}$$

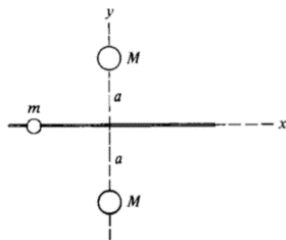
که در آن W, d ثابت و مثبت هستند. این تابع پتانسیل را رسم کنید و تمام حالات ممکن حرکت را تحلیل کنید. به ازای چه مقادیری از انرژی حرکت مقید است و به ازای چه مقادیری نامقید؟ نقاط تعادل را مشخص کنید. آیا حرکت پایدار است یا ناپایدار؟ نقاط برگشت را به ازای $E = -W/8$ پیدا کنید.

۵. مهره ای به جرم m بدون اصطکاک روی میله ی صافی در جهت x می لغزد. این میله بین دو کره به جرم M و به فاصله ی مساوی از آنها قرار دارد. کره ها مطابق شکل در $x = 0$ و $y = \pm a$ قرار دارند و مهره را به صورت گرانشی جذب می کنند.

الف) انرژی پتانسیل مهره را پیدا کنید

ب) مهره در $x = 3a$ با سرعت v_0 به طرف مبدأ رها می شود. سرعت آن را وقتی که از مبدأ عبور می کند پیدا کنید.

ج) بسامد نوسان های کوچک مهره را حول مبدأ پیدا کنید.





۶. ذره ای به جرم m تحت تاثیر نیروی

$$F(x) = -kx + \frac{kx^3}{a^2}$$

است که در آن a, k ثابت و مثبت هستند.

الف) تابع پتانسیل $V(x)$ را پیدا کنید و در مورد انواع حرکت هایی که میتواند رخ دهد، بحث کنید.

ب) نشان دهید که اگر $E = \frac{1}{4}ka^2$ باشد، انتگرال معادله ی $\sqrt{\frac{m}{2}} \int_{x_0}^x [E - V(x)]^{-\frac{1}{2}} dx = t - t_0$ را می توان با روش ساده ای

محاسبه کرد. $x(t)$ را در این حالت، با انتخاب x_0, t_0 به هر طریق راحتی، پیدا کنید و نشان دهید که پاسخ شما با بحث کیفی قسمت

الف برای این انرژی خاص، توافق دارد.