



به نام خالق بی همنا

تمرین سری نهم مکانیک تملیلی ۱

۱. با استفاده از اعداد مختلط و فازورها و ترسیم شکل دامنه و فاز، حرکت نوسانی زیر را به دست آورید

$$x(t) = \sum_{n=0}^N a \cos(\omega t + n\varphi)$$

که a, φ ثابت هستند و N یک عدد صحیح است.

۲. سه بار نقطه ی $Q, Q, 2Q$ در سه راس مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع a قرار دارند. مبدا مختصات را در مرکز مثلث در نظر بگیرید. فرض کنید بار q که همانم با Q است، مقید است که در صفحه ی مثلث فوق حرکت کند. نقطه ی تعادل پایدار و بسامد های نوسان های کوچک دستگاه را پیدا کنید.

۳. پربند های پتانسیل ثابت در صفحه ی xy را برای

$$V(x, y) = ax^2 + bx + a'y^2 + b'y + cxy$$

بدست آورید.

۴. یک نوسانگر هماهنگ ساده را در نظر بگیرید. میانگین زمانی انرژی های جنبشی و پتانسیل را در طی یک چرخه محاسبه کنید و نشان دهید که این کمیت ها برابرند. چگونه این نتیجه را توجیه می کنید؟ سپس میانگین مکانی انرژی های پتانسیل و جنبشی را محاسبه کنید و در خصوص این نتیجه ها بحث کنید.

۵. عبارتی برای کسری از یک دوره ی تناوب کامل بدست آورید که یک نوسانگر هماهنگ ساده در محدوده ی یک فاصله ی کوچک Δx در یک موضع x سپری میکند. منحنی های این تابع را برحسب x به ازای چند دامنه ی مختلف ترسیم کنید. درباره ی اهمیت فیزیکی این نتایج به بحث پردازید و مساحت زیر منحنی های مختلف را تعبیر کنید.

۶. ذره ای به جرم m در انتهای یک فنر (با ثابت نیروی k) که از تکیه گاه ثابتی آویخته شده، در حال سکون است. در $t = 0$ یک نیروی ثابت پایین سوی F بر جرم وارد می آید و به مدت t_0 عمل میکند. نشان دهید بعد از آنکه نیرو برداشته می شود، جابه جایی جرم از وضعیت تعادلش ($x = x_0$) عبارت است از

$$x - x_0 = \frac{F}{k} (\cos \omega(t - t_0) - \cos \omega t)$$

که در آن $\omega^2 = k/m$.

۷. نشان دهید که معادله ی $x(t) = (A + Bt)e^{-\gamma t}$ واقعا جوابی برای میرایی بحرانی است؛ برای این منظور فرض کنید که جواب به صورت $x(t) = y(t)e^{-\gamma t}$ باشد و $y(t)$ را تعیین کنید.



۸. نمودار فاز برای نوسانگر تند میرا به ازای شرایط اولیه ی مختلف (x_0 منفی و مثبت و p_0 منفی و مثبت) را به طور کیفی رسم کنید. و نشان دهید بجانب همگی این نمودار ها در $t \rightarrow \infty$ خط $p = m(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})x$ است.

۹. بسامدهایی که در آن دامنه و انرژی نوسانگر هماهنگ واداشته بیشینه است را به دست آورید.

۱۰. موج مثلثی در بازه ی $\frac{-\pi}{\omega} < t < \frac{\pi}{\omega}$ به صورت زیر تعریف می شود

$$F(t) = \begin{cases} -t, & \frac{-\pi}{\omega} < t < 0 \\ t, & 0 < t < \frac{\pi}{\omega} \end{cases}$$

و در بازه های دیگر با دوره ی تناوب $T = \frac{2\pi}{\omega}$ تکرار می شود. ضرایب بسط فوریه و پاسخ نوسانگر هماهنگ به این نیرو بدست آورید.