



به نام خدا

تکلیف سری دوم مکانیک تحلیلی 1

1) مکان یک ذره به صورت تابعی از زمان به کمک رابطه ی زیر بیان می شود :

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i}(1 - e^{-kt}) + \mathbf{j}e^{kt}$$

k ثابتی مثبت است. سرعت و شتاب ذره را پیدا کنید. مسیر ساده ی آن را نمایش دهید.

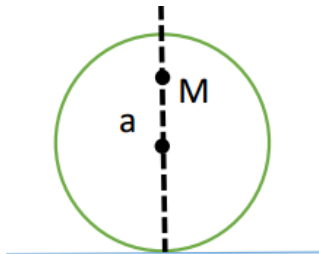
2) زنبور عسل از کندوی خود در مسیری مارپیچ خارج می شود، معادله مسیر در مختصات قطبی عبارتست از :

$$r = be^{kt}, \theta = ct$$

c, b, k ثابت های مثبت اند. نشان دهید در حالی که سوی حرکت به خارج است، زاویه بین بردار سرعت و بردار شتاب ثابت باقی می ماند. (راهنمایی: $\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} / va$ را بیابید)

3) چرخى به شعاع R با سرعت ثابت روی زمین می غلتد. الف) معادلات مسیر حرکت نقطه ی M به فاصله ی a از مرکز چرخ

($a < R$) را بدست آورید. در لحظه ی $t = 0$ نقطه ی تماس چرخ در $x = 0$ است.



$$\begin{cases} x = R\omega t + R\sin(\omega t) \\ y = R + R\cos(\omega t) \end{cases} \quad \text{4) برای مسیر چرخزاد با معادلات}$$

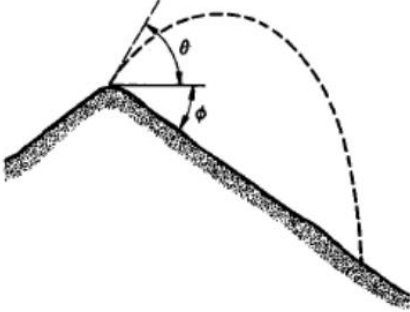
الف) شکل مسیر را رسم کنید و مختصات نقاطی را بدست آورید که در آن ها مختصه ی y کمینه یا بیشینه می شود.

ب) شیب منحنی در نقاط کمینه را حساب کنید.



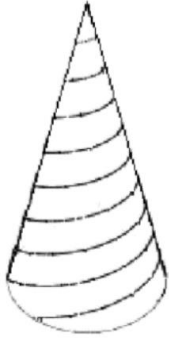
5) پسر بچه ای در بالای تپه ای ایستاده است، این تپه دارای شیب یکنواخت (با زاویه ϕ) به طرف پایین است.

با چه زاویه ای از خط افق (θ) باید سنگی را پرتاب کند تا بیشترین برد را داشته باشد؟



6) مطابق شکل روی سطح مخروطی شیاری ایجاد کرده ایم. مولفه های سرعت و شتاب ذره ای که روی این شیار حرکت می کند را

در دستگاه مختصات استوانه ای محاسبه کنید. (محور z را رو به پایین بگیرید).



$$\rho = \alpha \phi$$

$$z = \beta \phi$$