



۱) تابع پتانسیلی که معمولاً برای توصیف برهم کنش بین دو اتم به کار می رود عبارت است از پتانسیل ۶ و ۱۲ لnard - جونز

$$U = \epsilon \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 \right]$$

الف) نشان دهید که شعاع مربوط به پتانسیل کمینه برابر r_0 و عمق چاه پتانسیل برابر ϵ است.

جواب: $\omega = 12\sqrt{\epsilon/r_0^2 m}$

۲) نیروی های مربوط به انرژی پتانسیل های زیر را بیابید:

الف) $U = ax^2 + By^2 + Cz^2$

ب) $U = A \ln(x^2 + y^2 + z^2)$

ج) $U = A \cos(\theta)/r^2$

۳) مقدار ثابت C را چنان بیابید که هر یک از نیروهای زیر پایستار باشند و پس از آن تابع پتانسیل مربوط به هر نیرو را به دست آورید.

الف) $F = \hat{i}xy + \hat{j}cx^2 + \hat{k}z^3$

ب) $F = \hat{i}(z/y) + \hat{j}c(xz/y^2) + \hat{k}(x/y)$

راهنمایی: $\int F(x, y, z) dx = G(x, y, z) + C(y, z)$ که در آن $G(x, y, z)$ تابع اولیه ی $F(x, y, z)$ و $C(y, z)$ ثابت انتگرال گیری است.

۴) ثابت کنید هر نیروی مرکزی $F(r)$ پایستار است.

۵) به ذره ای به جرم m نیروی $F(x) = -kx + kx^3/A^2$ وارد می شود که k و A مقادیر ثابت و مثبت هستند. این ذره در $x = 0$ در جهت مثبت محور x به سمت راست با انرژی جنبشی اولیه ی T_0 پرتاب می شود. مطلوبست:

الف) تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ برای این نیرو

ب) انرژی جنبشی و انرژی کل ذره به صورت تابعی از موقعیت

ج) نقاط تغییر مسیر حرکت را به دست آورید (روش دل خواه). آیا می توانید از روی تابع انرژی کل و تابع انرژی پتانسیل، نقاط تغییر مسیر حرکت را بیابید؟

د) (اختیاری) توابع انرژی پتانسیل و جنبشی و انرژی کل ذره را رسم کنید. (میتوانید از نرم افزار Maple یا Mathematica استفاده کنید. در اینجا k و A را معادل یک فرض کنید.)



۶) پتانسیل یک بعدی زیر را در نظر بگیرید:

$$V(x) = \frac{-Wd^2(x^2 + d^2)}{x^4 + 8d^4}$$

که در آن d و W ثابت و مثبت هستند. این تابع پتانسیل را رسم کنید و تمام حالات ممکن حرکت را تحلیل کنید. به ازای چه مقادیری از انرژی حرکت مقید است و به ازای چه مقادیری نامقید؟ نقاط تعادل را مشخص کنید. آیا در نقاط تعادل حرکت پایدار است یا ناپایدار؟ نقاط برگشت را به ازای $E = -W/8$ پیدا کنید.

۷) مهره ای به جرم m بدون اصطکاک روی میله ی صافی در جهت x می لغزد. این میله بین دو کره به جرم M و به فاصله ی مساوی از آن ها قرار دارد. کره ها مطابق شکل در $x = 0$ و $y = \pm a$ قرار دارند و مهره را به صورت گرانشی جذب می کنند.

الف) انرژی پتانسیل مهره را پیدا کنید.

ب) مهره در $x = 3a$ با سرعت v_0 به طرف مبدا رها می شود. سرعت آن را وقتی از مبدا عبور می کند، پیدا کنید.

ج) بسامد نوسان های کوچک مهره را حول مبدا بیابید.

