

تمرین های سری ششم

1- برای معادله شرودینگر در سه بعد نشان دهید

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot j = 0$$

که در آن

$$j = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$$

$$P = \psi \psi^*$$

در سه بعد نشان دهید که در رابطه پیوستگی مسئله قبل

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \psi$$

2- برای معادله کلین گوردون

برقرار است و در آن

$$P = \frac{1}{2ic\hbar} (\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t})$$

$$j = \frac{c}{2\hbar i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$$

۳) تابع موج زیر را در نظر بگیرید: (فرض کنید $\alpha > 0, \text{ip}/\hbar < \alpha$)

$$\psi = x^2 e^{-\alpha|x|}$$

الف) آن را بهنجار کنید.

ب) $\phi(p)$ را پیدا کنید.

ج) $\langle p \rangle, \langle p^2 \rangle$ را بدست آورید.

د) حل انتگرال $\langle p^2 \rangle$ اجباری نیست.

۴) ذره ای در جعبه ای به طول a و در حالت پایه قرار دارد. اگر طول جعبه را ناگهان سه برابر

کنیم با چه احتمالی ذره در حالت برانگیخته سوم قرار دارد؟

۵) الف) خطی و غیر خطی بودن عملگرهای زیر را بررسی کنید.

$$A: O = x^4$$

$$B: O\psi(x) = d/dx(x\psi(x))$$

$$C: O = \int_{-\infty}^x \psi(y) dy$$

$$D: O\psi = \psi(x) + x^2$$

$$E: O = -i\hbar d/dx$$

$$F: O = -\hbar^2 d^2/dx^2$$

ب) برای عملگرهای E, F معادله ویژه مقدراری را حل کنید.

۶ - تابع موج ذره‌ای که در نیمه سمت چپ جعبه‌ای جایگزیده است که دیواره‌هایش در $x = \pm a/2$ قرار دارند چنین است:

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} & -\frac{a}{2} < x < 0 \\ 0 & 0 < x < \frac{a}{2} \end{cases}$$

(الف) آیا ذره در لحظات بعد جایگزیده می‌ماند؟ (ب) احتمال این که اندازه‌گیری انرژی ذره انرژی حالت پایه را نتیجه دهد چقدر است؟ انرژی اولین حالت برانگیخته را چطور؟

۷- الف: اگر $f(x)$ تابعی از x باشد که در $x=x_0$ ریشه ساده داشته باشد (یعنی $f(x_0) = 0, f'(x_0) \neq 0$) در این صورت $\delta(f(x))$ را حساب کنید.

ب: اگر $f(x)$ در نقاط x_1, x_2, \dots ریشه ساده داشته باشد $\delta(f(x))$ را حساب کنید.

ج: $\delta(x^2 - a^2)$ را حساب کنید.