

تمرین های سری هشتم

۱- ثابت کنید عملگر پاریته هرمیتی است. (یعنی مقدار چشمداشتی آن حقیقی است.)

۲- ثابت کنید ویژه بردارهای پاریته با ویژه مقدار های متفاوت برهم عمودند.

۳- عملگرهای $\pi_+ = 1/2(1 + \pi)$ و $\pi_- = 1/2(1 - \pi)$ را در نظر بگیرید. که π عملگر پاریته است. ثابت کنید:

$$\text{الف) } (\pi_+)^2 = \pi_+$$

$$\text{ب) } (\pi_-)^2 = \pi_-$$

$$\text{ج) } \pi_+ \pi_- = 0$$

۴- ثابت کنید عملگر تحول $U(t, t_0)$ در معادله شروینگر صدق می کند. یعنی:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} U(t, t_0) = H U(t, t_0)$$

۵- ویژه حالت های یک ذره در جعبه (که دیواره های آن در $x = +a, x = -a$ قرار دارند)، را در نظر بگیرید. بدون حل انتگرال ثابت کنید مقدار چشمداشتی عبارت زیر، برای تمام ویژه حالت ها صفر می شود.

$$A X^2 P + 8 B X P^4 + 3.14 C X^3 P^4 + D P$$

۶- ضریب عبور و بازتاب را برای پتانسیل زیر وقتی که $E > V_0$ است بدست آورید.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ V_0 & x < 0 \end{cases}$$



پتانسیل دلخواهی را در نظر بگیرید که در ناحیه معینی از محور x جایگزیده است. جوابهای معادله شرودینگر به ترتیب در سمت چپ و سمت راست ناحیه پتانسیل داده شده اند: نشان دهید که اگر بنویسیم:

$$\begin{aligned} C &= S_{11}A + S_{12}D \\ B &= S_{21}A + S_{22}D \end{aligned}$$

یعنی رابطه امواج "خروجی" با امواج "ورودی" چنین باشد:

$$\begin{pmatrix} C \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}$$

آنگاه روابط زیر برقرارند:

$$\begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 &= 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 &= 1 \\ S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* &= 0 \end{aligned}$$

با استفاده از این رابطه نشان دهید که ماتریس

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}$$

و ترانهاد آن یکانی هستند. (راهنمایی: از پایستگی شار استفاده کنید و فرض کنید A و D اعداد موهومی دلخواهی هستند.)