

۱. ذره ای در میدان گرانشی ثابت با سرعت اولیه  $v_0$  به طور قائم به بالاسو پرتاب می‌شود. نشان دهید که اگر نیروی ترمزی متناسب با مجذور سرعت لحظه‌ای وجود داشته باشد، در این صورت سرعت ذره در هنگام بازگشت به مکان اولیه عبارت است از

$$\frac{v_0 v_t}{\sqrt{v_0^2 + v_t^2}}$$

که  $v_t$  سرعت حدی است.

۲. ذره‌ای به جرم  $m$  را در نظر بگیرید که حرکتش در میدان گرانشی ثابت از حال سکون شروع می‌شود. اگر با یک نیروی مقاوم متناسب با مجذور سرعت (یعنی  $kmv^2$ ) مواجه شود، نشان دهید مسافتی را که ذره با شتاب سقوط می‌کند،  $s$ ، تا سرعتش از  $v_0$  به  $v_1$  برسد، از رابطه زیر به دست می‌آید

$$s(v_0 \rightarrow v_1) = \frac{1}{2k} \ln \left[ \frac{g - kv_0^2}{g - kv_1^2} \right]$$

۳. ذره‌ای تحت تاثیر نیروی ترمزی مساوی با  $mk(v^3 + a^2v)$  در داخل یک محیط حرکت می‌کند که در آن محیط  $k$  و  $a$  ثابت اند. نشان دهید که به ازای هر مقدار سرعت اولیه ذره هرگز مسافتی بیشتر از  $\pi / 2ka$  را طی نمی‌کند و ذره فقط به ازای  $t \rightarrow \infty$  به سکون می‌رسد.

۴. قطره آبی که در جو سقوط می‌کند کروی شکل است. همچنان که این قطره از داخل ابر می‌گذرد، با آهنگی متناسب با مساحت سطح مقطعش به جرمش اضافه می‌شود. فرض کنید قطره با شعاع اولیه  $r_0$  و با سرعت  $v_0$  وارد ابر می‌شود. فرض کنید هیچ نیروی مقاومی وجود ندارد و نشان دهید: الف) شعاع به طور خطی با زمان افزایش می‌یابد. و ب) اگر  $r_0$  چشم پوشیدنی باشد، در این صورت سرعت در داخل ابر به طور خطی با زمان افزایش می‌یابد.