

## تمرین‌های مکانیک کوانتومی

### سری چهارم

۱- ثابت کنید برای حالت‌های  $|\ell, m\rangle$  روابط زیر برقرار است.

$$\langle L_x \rangle = \langle L_y \rangle = 0$$

$$\langle L_x^2 \rangle = \langle L_y^2 \rangle = \frac{[\ell(\ell+1)\hbar^2 - m^2\hbar^2]}{2}$$

۲- برای یک تابع  $f(\phi)$  نشان دهید

$$f(\phi + \phi_0) = e^{iL_z\phi_0/\hbar} f(\phi)$$

که در آن  $\phi_0$  یک زاویه ثابت و  $L_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \phi}$  است

۳- از رابطه ۸,۱۷ (معادله شعاعی) با تغییر متغیر  $\rho = \sqrt{\frac{8\mu|E|}{\hbar^2}} r$  به رابطه ۸,۱۹ برسید و  $\lambda$  را مطابق رابطه

۸,۲۰ بدست آورید. (شماره‌های روابط بر اساس ویرایش سوم کتاب می‌باشد).

۴- تابع موج پیشنهادی  $R(\rho) = e^{-\rho/z} G(\rho)$  را در معادله ۸,۱۹ قرار دهید و به رابطه ۸,۲۵ برسید.

۵- تابع موج پیشنهادی  $G(\rho) = \rho^\ell H(\rho)$  را در معادله ۸,۱۵ قرار دهید و به رابطه ۸,۲۷ برسید.

۶- برای حالت  $\ell = n - 1$  ابتدا شکل تابع موج شعاعی را بدست آورید و سپس بیشینه تابع توزیع

$$\rho(r) = r^2 |R_{n,n-1}|^2$$

۷- طول موج‌های گذار  $2p \rightarrow 1s$  را در الف) هیدروژن ب) دوتریوم (جرم هسته‌ای آن دو برابر پروتون

است) ج) پوزیترونیم (حالت مقیدی از الکترون و پزیترون است و جرم پوزیترون با جرم الکترون برابر است) با هم مقایسه کنید.

۸- الکترونی در میدان کولنی پروتونی در حالتی است که با تابع موج زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{1}{8} [4\psi_{31-1} - 3\psi_{100} + 5\psi_{210} + \sqrt{14}\psi_{211}]$$

الف) مقدار چشمداشتی انرژی چقدر است؟

ب) مقدار چشم داشتی  $L^2$  چقدر است؟

ج) مقدار چشمداشتی  $L_z$  چقدر است؟