

تمرین های سری دوم

1- با استفاده از تعریف L_x, L_y, L_z بر حسب زاویه های قطبی و مشتق گیری نسبت به آنها و رابطه $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2 - \hbar L_z$ عملگر L^2 را به دست آورید.

2- با استفاده از توابع $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ و شکل عملگرهای تکانه زاویه ای بر حسب زاویه ها، نشان دهید وجود تکانه زاویه هایی با $l = \frac{1}{2}, l = \frac{3}{2}$ به تناقض منتهی می شود. مثلا عباراتی مانند $Y_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(\theta, \varphi) \propto L_y Y_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(\theta, \varphi)$ به تناقض منتهی می شود.

3- رابطه بهنجارش توابع وابسته لژاندر چنین است.

$$\int_{-1}^1 P_l^m(x) P_{l'}^m(x) dx = \frac{2}{2l+1} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \delta_{l,l'}$$

با استفاده از این رابطه و تعریف $Y_{l,m}(\theta, \varphi)$ (رابطه 45-7 کتاب) رابطه بهنجارش $Y_{l,m}(\theta, \varphi)$ (رابطه 44-7 کتاب) را به دست آورید.

4- هامیلتونی برای سیستمی با تقارن محوری به صورت زیر است.

$$H = \frac{L_x^2 + L_y^2}{2I_1} + \frac{L_z^2}{2I_3}$$

الف: ویژه مقدارهای هامیلتونی را به دست آورید.

ب: با فرض $I_1 > I_3$ طیف انرژی سیستم را توصیف کنید.

ج: در صورتیکه I_1 بسیار بزرگتر از I_3 باشد طیف انرژی چگونه خواهد بود.

5- در یک سیستم با تقارن کروی یک ذره با تابع موج

$$\psi(x, y, z) = C(xy + yz + zx)e^{-\alpha r^2}$$

توصیف می شود.

الف: احتمال اینکه اندازه گیری مجذور اندازه حرکت زاویه ای به مقدار صفر بینجامد چقدر است؟

ب: احتمال اینکه اندازه گیری مجذور اندازه حرکت زاویه ای به مقدار $6\hbar^2$ بینجامد چقدر است؟

تمرین های سری دوم

ج: اگر تابع موج در حالت $l=2$ باشد احتمال اینکه مقادیر اندازه گیری شده برای m به ترتیب $m=-2, m=-1, m=0, m=1, m=2$ باشد چقدر است؟

6- ذره ای به جرم m در یک جعبه سه بعدی به ابعاد a, b, c به ترتیب در جهت های x, y, z محبوس است. یعنی انرژی پتانسیل ذره روی دیوارها و بیرون جعبه نامتناهی و در داخل صفر است. با استفاده از روش جداسازی متغیرها، ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی را به دست آورید.

7- ذره ای به جرم m تحت تاثیر انرژی پتانسیل

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_2y^2 + \frac{1}{2}k_3z^2$$

می باشد. این دستگاه یک نوسانگر هماهنگ سه بعدی ناهمسانگرد است. سطوح انرژی و ویژه توابع هامیلتونی این دستگاه را به دست آورید.