

سری دوم تمرینات مکانیک تملیلی ۲

۱. نشان دهید:

$$\sum_{i,j} \varepsilon_{ijk} \delta_{ij} = 0 \text{ (الف)}$$

$$\sum_{j,k} \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{ljk} = 2\delta_{il} \text{ (ب)}$$

$$\sum_{i,j,k} \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{ijk} = 6 \text{ (ج)}$$

۲. یک زنبور مسیری مارپیچ را در صفحه ی مختصات قطبی به صورت زیر طی می کند:

$$r = r_0 e^{\beta t} \quad \theta = \omega t$$

که ω, β, r_0 مقادیری مثبت و ثابت هستند.

الف) نشان دهید که زاویه ی بین بردار سرعت و بردار شتاب در هنگام پرواز زنبور ثابت است.

ب) رابطه ای بین ω, β پیدا کنید به طوریکه این زنبور با $a_r = 0$ حرکت کند.

ج) با توجه به قسمت ب، سرعت شعاعی v_r را محاسبه کنید. مشاهده می کنید که v_r سریعاً با زمان افزایش می یابد؛ در اینجا یک

تناقض به نظر می رسد که با وجود $a_r = 0$ ، سرعت شعاعی v_r با زمان تغییر می کند، این مسئله را چگونه توجیه می کنید؟

۳. ذره ای بر روی یک دایره با شعاع ثابت به گونه ای حرکت می کند که $\theta = \frac{1}{2}at^2 + \omega_0 t$. مطلوبست اندازه سرعت ذره $|\vec{v}|$ ،

اندازه ی شتاب ذره $|\vec{a}|$. و همچنین زاویه ی بین بردار سرعت و بردار شتاب ذره را حساب کنید.

۴. ذره ای با سرعت ثابت (ثابت v) در طول منحنی $r = k(1 + \cos \theta)$ حرکت می کند. مطلوبست محاسبه a_r ، $|\vec{a}|$ و $\dot{\theta}$.

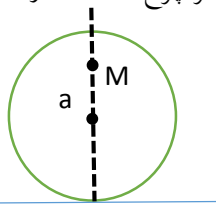
$$5. \begin{cases} x = R\omega t + R \sin \omega t \\ y = R + R \cos \omega t \end{cases} \text{ برای مسیر چرخزاد با معادلات}$$

الف) شکل مسیر را رسم کنید و مختصات نقاطی را بدست آورید که در آنها مختصه ی y کمینه یا بیشینه میشود.

ب) شیب منحنی در نقاط کمینه را حساب کنید.

۶. چرخشی به شعاع R با سرعت ثابت روی زمین می غلتد. الف) معادلات مسیر حرکت نقطه ی M به فاصله a از مرکز چرخ ($a < R$) را

بدست آورید. در لحظه ی $t = 0$ نقطه ی تماس چرخ در $x = 0$ است.



ب) همین مسئله را برای نقطه ی M' به فاصله ی $a > R$ حل کنید. (در شکل، نمای رو به روی

یک قرقره را می بینید که قسمت باریک آن روی یک نوار افقی می غلتد و نقطه ی M' روی قسمت پهن تر آن است.)

