



به نام خالق بی همتا

تمرین سری سوّم مکانیک تملیلی ۱

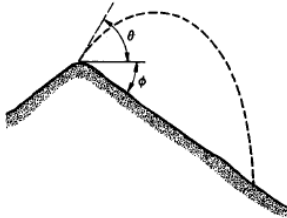
۱. با توجه با رابطه ی بردارهای یکه در مختصات کروی بر حسب بردارهای یکه مختصات دکارتی (که در جزوه ی درس گفته شده است)،

$$e_r \times e_\theta = e_\phi$$

(ب) مشتق زمانی بردارهای یکه ی کروی را بدست آورید.

(ج) مولفه های شتاب در دستگاه مختصات کروی را بدست آورید.

۲. پسر بچه ای در بالای تپه ایستاده است. این تپه دارای شیب یکنواخت (با زاویه φ) به طرف پایین است. با چه زاویه ای از خط افق (θ) باید سنگی را پرتاب کرد تا بیشترین برد را داشته باشد؟

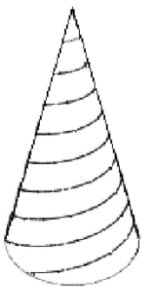


۳. یک حشره روی مسیر مارپیچی که با معادله ی زیر بیان می شود پرواز می کند:

$$r(t) = \hat{i} a \sin \omega t + \hat{j} a \cos \omega t + \hat{k} bt^2$$

نشان دهید اگر a, b, ω ثابت باشند، شتاب حشره مقداری ثابت خواهد داشت.

۴. مطابق شکل روی سطح مخروطی شیری ایجاد کرده ایم. مولفه های سرعت و شتاب ذره ای که روی این شیار حرکت می کند را در دستگاه مختصات استوانه ای محاسبه کنید. (محور Z را رو به پایین بگیرید).



$$\rho = \alpha \phi$$

$$z = \beta \phi$$

۵. ذره ای بر روی کره ای به شعاع a به طوری حرکت می کند که مختصات حرکت آن به صورت زیر است:

$$r = a, \quad \varphi = \omega t, \quad \theta = \frac{\pi}{2} \left[1 + \frac{1}{4} \cos 4\omega t \right]$$

تابع سرعت ذره را بر حسب زمان بیابید. معادله ی فوق نمایانگر چه نوع مسیری است؟



۶. یک چرخ با شعاع R با شتاب پیش برنده a_0 روی زمین می غلتد. نشان دهید که شتاب هر نقطه ی روی چرخ نسبت به

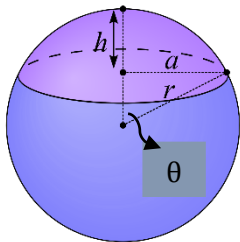
$$a_0 \left[2 + 2 \cos \theta + \frac{v^4}{a_0^2 R^2} \right]$$

مرکز چرخ همواره با رابطه ی $\left(a_0^2 + \frac{v^4}{R^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ و نیز نسبت به زمین با رابطه ی $-\frac{v^4}{a_0^2 R^2}$

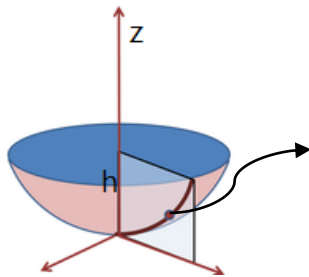
$\left(\frac{2v^4}{a_0 R} \right) \sin \theta$ بیان می شود. در این روابط v سرعت لحظه ای پیش برنده و θ نماینگر موقعیت هر نقطه روی چرخ است که نسبت به بالاترین نقطه ی چرخ و به سمت جلو سنجیده می شود.

۷. الف) مطلوبست محاسبه ی حجم مخروطی با زاویه ی رأس α و ارتفاع h و نیز کره ای به شعاع R

ب) مطلوبست محاسبه ی سطح یک عرقچین (قسمتی از یک کره به شعاع r که روبه روی زاویه ی θ واقع شده است)



ج) مطلوبست محاسبه ی سطح بیرونی و حجم سهمی دوران یافته ای به ارتفاع h



$$z = \alpha y^2$$