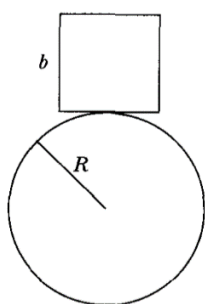


۱. ذره‌ای به جرم m تحت اثر نیروی وابسته به مکان $F = \frac{k}{x^2}$ قرار دارد و فقط روی محور x حرکت می‌کند. حرکت محدود به ناحیه $x > 0$ است، به این منظور دیواری فرضی در $x = 0$ در نظر بگیرید که ذره از آن نمی‌تواند عبور کند. مبدا پتانسیل را $x = \infty$ در نظر بگیرید، منحنی پتانسیل را رسم کنید و روی انواع حرکت به ازای انرژی‌های مختلف بحث کنید و نقاط بازگشت را در هر مورد پیدا کنید.

۲. مکعبی با چگالی یکنواخت و اضلاع b روی یک استوانه با شعاع R در تعادل است (مطابق شکل). صفحات چهار روی این مکعب موازی محور سیلندر هستند. اصطکاک بین این دو زیاد است. تحت چه شرایطی تعادل پایدار و تحت چه شرایطی ناپایدار است؟



۳. ذره‌ای را در نظر بگیرید که در محدوده‌ی $X > 0$ تحت تاثیر پتانسیل $U(x) = U_0 \left(\frac{a}{x} + \frac{x}{a} \right)$ حرکت می‌کند. نمودار پتانسیل را رسم کنید و نقاط تعادل را بیابید و تعیین کنید که این نقاط مینیمم هستند یا ماکسیمم.

۴. تابع تندی \dot{x} بر حسب جابجایی x را برای ذره‌ای به جرم m که از حالت سکون در $x = 0$ شروع به حرکت کرده و تحت تاثیر توابع نیروی زیر می‌باشد، بیابید. (F_0 و C مقادیری ثابت و مثبت هستند)

$$F_x = F_0 + cx \quad (i)$$

$$F_x = F_0 e^{-cx} \quad (ii)$$

$$F_x = F_0 \cos cx \quad (iii)$$

۵. برای هر یک از نیروهای مسئله ۵، تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ را بدست آورید.

۶. ذره‌ای به جرم m با استفاده از نیروی $F(x) = -kx$ بر روی سطح بدون اصطکاک افقی نگه داشته شده است. این ذره از $x = 0$ در جهت محور x به سمت راست پرتاب می‌شود به طوری که انرژی جنبشی اولیه آن $T_0 = \frac{1}{2}KA^2$ است. K و A مقادیر ثابت هستند.

(i) تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ برای این نیرو

(ii) انرژی جنبشی

(iii) انرژی کل ذره را به صورت تابعی از موقعیت آن

(iv) و نقاط تغییر مسیر حرکت را بیابید

۷) توابع انرژی پتانسیل، جنبشی و انرژی کل را رسم کنید. (برای رسم k, A را برابر ۱ بگیرید.)

۷. نیروی وارده بر یک ذره برابر حاصل ضرب تابعی از فاصله و تابعی از تندی است. $F(x, v) = f(x)g(v)$. نشان دهید که معادله‌ی دیفرانسیل حرکت را می‌توان با انتگرال‌گیری حل کرد. آیا اگر نیرو برابر با حاصل ضرب تابعی از فاصله و تابعی از زمان باشد، می‌توان معادله‌ی حرکت را با انتگرال‌گیری ساده حل کرد؟ آیا اگر نیرو برابر با حاصل ضرب تابعی از زمان و تابعی از تندی باشد، می‌توان معادله‌ی حرکت را حل کرد؟

۸. نیروی وارده بر ذره‌ای به جرم m عبارت است از:

$$F = kvx$$

که k مقداری ثابت و مثبت است. ذره در زمان $t = 0$ با سرعت v_0 از مبدا می‌گذرد. معادله‌ی حرکت را حل کنید.

۹. انرژی پتانسیل برای نیروی بین دو اتم در یک مولکول دو اتمی تقریباً به صورت زیر است:

$$V(x) = -\frac{a}{x^6} + \frac{b}{x^{12}}$$

که در آن x فاصله‌ی بین دو اتم و a و b ثابت‌هایی مثبت هستند.

(i) تابع نیرو را پیدا کنید.

(ii) با فرض آنکه یکی از اتم‌ها خیلی سنگین باشد و ساکن باقی بماند و اتم دیگر سبک باشد و در امتداد خطی مستقیم حرکت کند، حرکات ممکن را توصیف کنید.

(iii) اگر جرم اتم سبکتر m باشد، فاصله‌ی تعادل و زمان تناوب نوسان‌های کوچک حول نقطه‌ی تعادل را بدست آورید.

۱۰. ذره‌ای به جرم m تحت تاثیر نیروی

$$F = -kx + \frac{kx^3}{a^2}$$

است که در آن k و a ثابت‌اند.

(i) $V(x)$ را پیدا کنید و در مورد انواع حرکت‌هایی که می‌توانند رخ دهند، بحث کنید.

(ii) نشان دهید که اگر $E = \frac{1}{4}ka^2$ باشد انتگرال معادله‌ی $\sqrt{\frac{m}{2}} \int_{x_0}^x [E - V(x)]^{-\frac{1}{2}} dx = t - t_0$ را می‌توان با

روش‌های ابتدایی محاسبه کرد. $x(t)$ را در این حالت، با انتخاب x_0 و t_0 به هر طریق راحتی، پیدا کنید. نشان دهید که

نتیجه‌ی شما با بحث کیفیتی قسمت ا) برای این انرژی خاص، توافق دارد.