

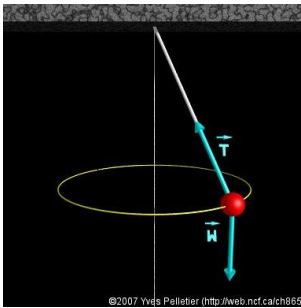
۱. جرم m در انتهای نخ به طول ثابت l قرار دارد. که انتهای نخ به مبدا مختصات وصل است. با استفاده از مؤلفه‌های شتاب در مختصات کروی (رابطه‌ی ۱-۱۴۷ درس‌نامه)

(i) معادلات نیوتن را بنویسید

(ii) نشان دهید در شرایط مناسب حلی به صورت $\theta = \theta_0$ و $\dot{\phi} = \omega$ برای این معادلات وجود دارد. شرایط مناسب برای وجود این حل را توضیح دهید.

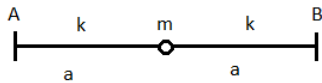
(iii) حال فرض کنید حل فوق به مقدار کوچکی مختل شود یعنی $\theta = \theta_0 + \Theta$ و $\dot{\phi} = \omega + \eta$. معادلات حرکت برای Θ, η را بدست آورید و حرکت مختل شده را توصیف کنید

(راهنمایی: معادله حرکت $F_\phi = 0$ به یک ثابت حرکت منجر می‌شود)

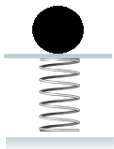


۲. برای نیروی مرکزی $\vec{F} = -\frac{k}{r^2} \hat{e}_r$ معادلات حرکت حل دایره‌ای آن را بدست آورید. حال فرض کنید $r = r_0 + s(t)$ و $\dot{\phi} = \omega + \eta(t)$ که $s \ll r_0$ و $\eta \ll \omega$ یعنی حل دایره‌ای را به مقدار کوچکی مختل کرده‌ایم. از معادلات حرکت دستگاه، معادلات s و η را بدست آورید و حرکت مختل شده را توصیف کنید.

۳. دو کِش به نقاط A و B متصل هستند. در فاصله‌ی a از نقاط اتصال بین آن‌ها جرم m قرار داده شده است. فرض کنید کل سیستم روی یک میز بدون اصطکاک قرار دارد (یعنی گرانش را در نظر نگیرید). ضرایب کشسانی کش‌ها k است. بسامد نوسان‌های کوچک در راستاهای x و y بدست آورید. (طول عادی کش‌ها a و صفحه‌ی $x - y$ صفحه‌ی میز است)

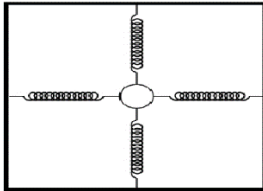


۴. فنری به صورت عمودی روی زمین قرار دارد. توپی روی صفحه‌ای مطابق شکل روی آن قرار گرفته است. دامنه‌ی نوسان چقدر باشد که توپ از صفحه جدا نشود.



۵. ذره‌ای مطابق شکل به چهار فنر متصل است. ضرایب فنرهای افقی K_1 و ضرایب فنرهای عمودی K_2 است. طول اضلاع قاب مستطیل شکل $2a$ و $2b$ است و فنرها در حالتی که جسم در مرکز مستطیل قرار دارد طول عادی دارند.

فرض کنید جسم از مرکز مستطیل به نقطه‌ی دلخواه (x, y) منتقل شود. انرژی پتانسیل دستگاه را به شکل $V(x, y)$ به دست آورید و بسط تیلور آن حول نقطه‌ی $(0, 0)$ را حساب کنید. از اینجا بسامد نوسان‌ها در راستاهای x, y را بدست آورید. نسبت K_1 به K_2 چه باشد تا حرکت جسم شکل دایره‌ای از اشکال لیسازو شود؟



۶. چهار بار Q در چهار گوشه‌ی مربعی قرار گرفته‌اند. به صورتی که مرکز مربع در مبدا مختصات قرار دارد. انرژی پتانسیل بار q را در نقطه‌ی (x, y, z) بدست آورید. وضعیت تعادل بار q در مبدا مختصات را معین کنید. یعنی مشخص کنید در چه جهاتی تعادل پایدار و در چه جهاتی تعادل ناپایدار است. همچنین بسامد نوسان‌های کوچک را بدست آورید.