



به نام خالق بی همنا

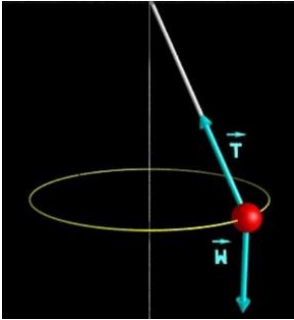
تمرین سری هشتم مکانیک تملیلی ۱

۱. جرم m در انتهای نخ‌ی با طول ثابت l قرار دارد که انتهای نخ در مبدا مختصات ثابت شده است. با استفاده از مولفه‌های شتاب در دستگاه مختصات کروی (موجود در درسنامه)
الف) معادلات نیوتن را بنویسید.

ب) نشان دهید به ازای شرایط مناسب، حلی به صورت $\theta = \theta_0$ و $\dot{\varphi} = \omega$ برای این معادلات وجود دارد. شرایط مناسب برای این حل را تعیین کنید.

ج) حال فرض کنید حل فوق به مقدار کوچکی مختل شود یعنی $\theta = \theta_0 + \Theta$ و $\dot{\varphi} = \omega + \eta$. معادلات حرکت را برای Θ, η بدست آورید و حرکت مختل شده را توصیف کنید.

(راهنمایی: معادله‌ی حرکت $F_\varphi = 0$ به یک ثابت حرکت منجر می‌شود.)



۲. جرم m تحت تاثیر نیروی $F = -kx + \alpha x^2$ قرار دارد که ضریب α ثابتی مثبت و کوچک است. ضریب k ثابت فنر است. ابتدا با صرف نظر کردن از جمله αx^2 ، حل معادله را در $t = t_0$ پیدا کنید (برای این حالت جسم در $t = 0$ در مبدا و در $t = \frac{\pi}{2\omega}$ در $x = x_0$ قرار دارد که در آن $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$). سپس با اضافه کردن اختلال $\eta(t)$ به حل مزبور و قرار دادن آن در معادله‌ی حرکت، حل اختلالی دستگاه را تا پایین ترین مرتبه α بدست آورید.

۳. دو جسم به جرم‌های m, M به دو سر نخ‌ی متصل هستند که از سوراخی در وسط یک میز افقی عبور کرده است. جرم m روی سطح میز در حال چرخش است.

الف) معادلات حرکت دو جسم را بنویسید (برای جرم m روی میز از مختصات قطبی استفاده کنید).

ب) حل دایروی جرم m را حدس بزنید و رابطه‌ی R (شعاع چرخش جرم m) و ω (سرعت زاویه‌ای این چرخش) را بدست آورید.

ج) فرض کنید اختلال $r = R + \zeta(t)$ و $\dot{\theta} = \omega + \eta(t)$ به این جسم وارد شود. با قرار دادن $r, \dot{\theta}$ در معادلات و نیز به کمک حل بدست آمده، حل اختلالی مسأله را بدست آورید.