

۱. برای نوسانگر هماهنگ در حالت تندمیرا و میرای بحرانی با فرض $x(0) > 0$ ، به‌ازای شرایط اولیه مختلف انواع حرکت ممکن را به‌دست آورید. در حالت‌هایی که یک بیشینه‌ی جابجایی از حالت تعادل وجود دارد؛ آن را حساب کنید.

۲. در مسئله‌ی نوسانگر هماهنگ میرا با نیروی واداشته، بسامدهایی را پیدا کنید که

(i) دامنه‌ی نوسان $D(\omega)$ بیشینه باشد.

(ii) انرژی جنبشی نوسانگر (میانگین در یک دوره) بیشینه باشد.

(iii) انرژی پتانسیل نوسانگر (میانگین در یک دوره) بیشینه باشد.

۳. یک دیپازون مورد استفاده موسیقیدان‌ها نت لا (A) در گام سوم را با بسامد 440 Hz می‌نوازد. اندازه‌گیری صوتی نشان می‌دهد که شدت صوت در هر ۴ ثانیه ۵ مرتبه کاهش می‌یابد. مقدار Q برای این دیپازون چقدر است؟

۴. دوره‌ی تناوب وزنه‌ای که از یک نوار لاستیکی قوی آویخته شده 1.26 s است. اگر دامنه‌ی نوسان بعد از سه نوسان کامل به نصف کاهش یابد، مقدار تقریبی Q برای این دستگاه چقدر است؟

۵. بسط فوریه‌ی موج مربعی زیر را

$$F(t) = \begin{cases} -1, & -\frac{\pi}{\omega} < t < 0 \\ +1, & 0 < t < \frac{\pi}{\omega} \end{cases}$$

در بازه $-\frac{\pi}{\omega} < t < \frac{\pi}{\omega}$ بدست آورید.

۶. نشان دهید هنگامی که دامنه‌ی نوسان یک نوسانگر میرا بعد از n نوسان به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه خود برسد، فرکانس نوسانگر باید تقریباً $[1 - (8\pi^2 n^2)^{-1}]$ برابر فرکانس نوسانگر مشابه بدون نیروی وادارنده باشد.

(یعنی واداشته $\omega = [1 - (8\pi^2 n^2)^{-1}] \omega$ واداشته)

۷. مقادیر اولیه مکان و سرعت برای یک نوسانگر میرا x_0, v_0 است.

نشان دهید A_1, A_2 در معادله حرکت $x(t) = e^{-\beta t} [A_1 e^{\omega_2 t} + A_2 e^{-\omega_2 t}]$ ، $\omega_2 = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$ به صورت زیر است:

$$A_1 = \frac{\beta_2 x_0 + v_0}{\beta_2 - \beta_1}, A_2 = -\frac{\beta_1 x_0 + v_0}{\beta_2 - \beta_1}$$

که در آن $\beta_1 = \beta - \omega$ ، $\beta_2 = \beta + \omega$